

**Az endoterm fázisátmenet és a geometria hatása a
földköpeny-konvekció numerikus modelljeiben**

Herein Mátyás

A doktori értekezés tézisei



Földtudományi Doktori Iskola

Földtan- Geofizika program

Doktori Iskola vezetője: Dr. Nemes-Nagy József, DSc, egyetemi tanár

Doktori program vezetője: Dr. Mindszenty Andrea, DSc, egyetemi tanár

Témavezetők: Dr. Lenkey László, PhD, egyetemi docens

Dr. Galsa Attila, PhD, egyetemi adjunktus

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Geofizikai és Űrtudományi Tanszék

Budapest, 2013

I. Bevezetés

Termikus konvekció a földköpenyben

A termikus köpenykonvekciós kutatás több évtizedes múltra tekint vissza (pl. Schubert et al., 1975; Cserepes et al., 1988). Legfőképpen laboratóriumi kísérletek, analitikus számítások és numerikus modellalkotás adja a tudományterület eszköztárát.

A konvekció mint fizikai folyamat az energiaterjedés egyik fajtája, melynek lényege, hogy az energia az egyik térrészből a másikba az anyag mozgása révén jut el, azaz az anyag maga „szállítja” az energiát. A konvekciónak több kiváltó oka lehet. Kiváltó ok lehet: kémiai, biológiai, fizikai. Amikor a konvekció kiváltó oka termodinamikai folyamat, termikus konvekcióról beszélünk. Ilyenkor a hőenergia az anyag mozgása révén terjed az adott közegben, ha a közeg a Föld köpenye, akkor a jelenség neve termikus földköpeny-konvekció. A folyamat alapja, hogy a köpeny–mag határ hőmérséklete jóval magasabb (~4000 K), mint a Föld felszínén uralkodó átlagos hőmérséklet (~290 K) (Kawai és Tsuchiya, 2009). A köpeny alsó térrészában lévő anyag (~2900 km mélyen) a nagy hőmérséklet miatt kitágul, sűrűsége lecsökken, így gravitációsan instabillá válik, melynek föloldásaképpen az anyagban felhajtóerő ébred, és felfelé, a felszín felé áramlik, miközben hőenergiát szállít magával.

A felszálló anyag a köpenyben ugyan hűl — az adiabatikus munkavégzés révén —, de mivel a folyamat közel adiabatikus az energia legnagyobb részét a felszínközeli (litoszféra alja) adja le. Ez a folyamat a termikus konvekció felszálló ága. A konvekció aktív felszálló ágának felszíni megnyilvánulásai a forrófoltok (hot spot, (Morgan, 1971)) pl. Azori-szigetek, Hawaii. Ugyanakkor a köpenyben passzív konvektív feláramlás is működik. A kétféle feláramlási típus jelentősen eltér egymástól, hiszen míg az aktív feláramlásokat (köpenyhőoszlopok) közvetlenül a termikus konvekció hozza létre, addig az óceánközépi hátságok bekövetkező sekély, passzív feláramlás csak a lemez húzása miatt keletkező térhiány következtében lép fel. A konvekció leszálló ágának megértéséhez az óceánközépi hátságok tanulmányozása vezetett, ahol a forró bazaltos magma a felszínre jut, és folyamatosan hozzátapad, hozzáhűl az óceáni kéreghez, mely a lemez húzása következtében közel szimmetrikusan távolodik a hátságtól.

A lemez folyamatosan hűl, így egyre sűrűbb lesz, mígnem olyan sűrűvé válik az évmilliók során, hogy gravitációsan instabil helyzet áll elő, benne „negatív felhajtóerő” ébred, melynek következménye, hogy a lemez szubdukálódik, azaz alábukik a köpenybe. Ez a lebukás a termikus konvekció leszálló ága, mely a mélytengeri árkoknál, a szubdukciós zónákban található (pl. Chile nyugati partvonalán az Atacama-árok).

A szubdukció főként az aktív kontinentális peremeken jön létre, ahol a hideg, sűrűbb ($\sim 3300 \text{ kg/m}^3$) óceáni litoszféra a kevésbé sűrű ($\sim 2700 \text{ kg/m}^3$) kontinens alá szubdukálódik.

A szubdukció során az óceáni lemez illékony összetevői (pl. víz) a kőzet parciális olvadását okozzák, az olvadáspont csökkenése által, mely a kontinensen heves vulkáni tevékenységként jelentkezik (pl. Andok), vagy vulkáni szigetívek kialakulásához vezet, pl. Aleut-szigetek.

Összefoglalva: a termikus konvekcióhoz folyadék, gravitációs tér, valamint hőenergia szükséges. Ezekből mindhárom adott: a Föld saját gravitációs tere, a köpeny geológiai időskálán nézve nagy viszkozitású folyadékként viselkedik (diffúziós, diszlokációs folyás), valamint a Föld kezdeti gravitációs összehúzódásából és a radioaktív elemek bomlásából származó hőenergia is jelen van (Schubert et al., 2001).

Fázisátmenetek a köpenyben

A köpeny–mag határ alapvető fontosságú a köpenydinamika szempontjából. A szilikátos köpeny ($\sim 5500 \text{ kg/m}^3$) itt érintkezik a nála jóval sűrűbb ($\sim 8000 \text{ kg/m}^3$) vas, nikkel összetételű külső maggal. Néhány száz kilométerrel a köpeny–mag határ felett hirtelen hőmérsékletugrás is bekövetkezik. Feltételezhető, hogy a köpeny részlegesen olvadt állapotban van, illetve összetétele meglehetősen, heterogén és anizotrop tulajdonságú (Tackley, 2012). Itt a köpeny legalsó 200–300 km-ében játszódik le a 2004. óta ismert perovszkit \rightarrow poszt-perovszkit fázisátmenet (Murakami et al., 2004; Oganov és Ono, 2004). Ez az exoterm fázisátmenet nagyon erős Clapeyron-görbével jellemezhető, 8 MPa/K (Oganov és Ono, 2004), illetve 13 MPa/K (Hernlund, 2010) közötti értékek valószínűsíthetők. Ez a fázisátmenet nagyban elősegíti a konvekciót, jóval hevesebb áramlás alakul ki, mely számos feláramlást hoz létre (Yuen et al., 2007). Mindazonáltal az átmeneti zónában (410–1000 km-es mélységtartomány) a 410 km-es exoterm és a 660 km-es mélységben található endoterm fázisátmenet az, amely alapvetően befolyásolja a konvekciót, mégpedig egymással ellentétes hatást fejtve ki. Mindkét átmenet a köpeny 60%-át alkotó olivinnek egy szilárd–szilárd ásványtani fázisátmenete. Laboratóriumi kísérletek szerint 410 km-es mélységben az olivin α spinell szerkezete alakul át a 7–8%-kal tömörebb ásványtani szerkezetű β spinellé hozzávetőlegesen 1600 °C hőmérsékleten és 13,5 GPa nyomáson, 10 km vastag mélységtartományon, a Clapeyron görbe meredeksége +1,6 – +3 MPa/K. (Akaoigi et al., 1989). 660 km-es mélységben a ringwoodit perovszkit és magneziowüstit ásványokká alakul át, hozzávetőlegesen 10 % sűrűségrögzítés mellett (Collier et al., 2001). A laboratóriumi mérések szerint a 660 km-es átmenetre jellemző Clapeyron görbe meredeksége -1 MPa/K és -4 \pm 2 MPa/K között változik.

Az átalakulás körülbelül 1700 °C hőmérsékleten, 23 GPa nyomáson és rendkívül vékony zónában (5 km) megy végbe. (Anderson and Bass, 1986; Ito and Takahashi, 1989; Akaogi and Ito 1993; Fei et al., 2004).

II. Tudományos célkitűzés

A kutatás fő célkitűzése a földköpenyben zajló termikus konvekció áramlási rendszerének megismerése numerikus modellezés révén; ezen belül a különböző modellgeometriák (derékszögű, henger, hengergyűrű, gömbhéj), valamint az átmeneti zónában található endoterm fázisátmenet konvekciós rendszerre gyakorolt hatásának vizsgálata.

A modellgeometria mindig befolyásolja a létrejövő áramlási formákat, a kérdés ennek a mértéke, illetve, hogy a különböző két-, illetve háromdimenziós modelleredmények kvantitatív jellemzői (hőáram, átlagnégyzetes sebesség, hőmérséklet) mennyire térnek el egymástól, illetve mely modellek adnak a Föld felszínén mérhető globális átlagokhoz (felszíni hőáram, lemezsebességek, stb.) közeli eredményt.

A 660 km mélységben végbemenő endoterm ásványtani fázisátalakulás miatt a köpenyanyag tömörebb formát vesz fel. Mai tudásunk szerint ez a fázisátmenet hat ki legerőteljesebben a konvekcióra. Az átalakulás hozzávetőlegesen 10%-os sűrűsénövekedést eredményez, így 660 km-nél mélyebben nagyobb sűrűségű anyag található. A kérdés, hogy adott geometriai és fizikai feltételek mellett, hogyan megy végbe a konvekció, és milyen áramlási szerkezet alakul ki. Célunk a konvekció dinamikáját alapvetően befolyásoló Rayleigh-szám, valamint a fázisátmenet erősségét megszabó Clapeyron-görbe meredekség együttes hatásának vizsgálata. Kérdés, hogy a forró köpeny–mag határról meginduló áramlás csak az alsó rétegben jön-e létre, vagy a felső rétegben is kialakul? Létrejöhet-e olyan áramlási rendszer, hogy az alsó, valamint a felső köpenyben is megindul a konvekció, de a határfelület elzárja a két térrészt egymástól kétréteges köpenykonvekciót eredményezve? Továbbá létrejönnek-e az alsó rétegben olyan „erős” feláramlások, melyek mintegy áttörve az átmeneti zónán, eljutnak egészen a litoszféra aljáig? Kimutathatók-e a geológiai értelemben hirtelen létrejövő, nagy anyagmennyiséget szállító köpenylavinák? A lavinajelenségek periodikusan, kváziperiodikusan jelentkeznek-e, ha igen, mi a jellemző karakterisztikus idejük? Összekapcsolhatók-e ismert, a földfelszín jelentősen befolyásoló geológiai megnyilvánulásokkal? A kutatás célja ezen fő kérdések megválaszolása.

III. Alkalmazott módszerek

A kutatás során a termikus konvekció alapegyenleteit (kontinuitási egyenlet, Navier–Stokes-egyenlet, hőtranszport egyenlet) oldottam meg (Batchelor, 1967). A konvekciós egyenletek csatolt nemlineáris parciális differenciálegyenlet-rendszert alkotnak, melyeknek teljes általános megoldása analitikusan nem lehetséges, ezért a közelítő egyenletek megoldásához is numerikus módszert kell alkalmazni. Esetünkben többféle matematikai eljárást is használtam. Az első a véges elemes módszer (FEM=finite element method), melyet a kétdimenziós derékszögű, henger, hengergyűrű és háromdimenziós gömbhéj alakú modellek esetén használtam. A véges elemes numerikus megoldást a Comsol Multiphysics (Zimmermann, 2006) nevű modellező programcsomaggal végeztem. A fázisátmenetet is tartalmazó modelleknél Cserepes László professzor által írt CMPH elnevezésű Fortran 77, MPI alapú programkódot használtam (Cserepes et al., 1988; Cserepes, 1992), kisebb módosítások után. A programkód hibrid végesszámítási-spektrális megoldást alkalmaz.

Az ismeretlen függvényeket (sebességtér, hőmérséklet) derékszögű modelltartományon határozza meg. A módszer részletes leírása megtalálható Cserepes professzor doktori értekezésében (Cserepes, 1992). Mind a véges elemes, mind a véges differenciás eljárások esetében a konvekciós egyenletekhez tartozó kezdeti feltételt a konduktív, egyensúlyi hőmérséklettér perturbációjával kaptuk. A modelltartományok mechanikailag feszültségmentes határokkal rendelkeztek. A termikus határfeltételek előírták a vertikális falak hőszigeteltségét (derékszögű és henger geometria), valamint az alsó (T_1) és a felső határ (T_0) közötti állandó hőmérsékletkülönbséget ($T_1 > T_0$).

IV. Doktori tézisek

1. Véges elemes módszer segítségével modelleztem a köpenyáramlást, kétdimenziós derékszögű, henger és hengergyűrű, valamint háromdimenziós derékszögű és gömbhéj geometriákban. A számítások során a konvekciós egyenletrendszer Boussinesq-közelítését alkalmaztam (Chandrasekhar, 1961), a földmag felől fűtött, állandó viszkozitású földköpeny esetén. Hazai viszonylatban először modelleztem termikus földköpeny konvekciót derékszögű modelltartományon kívül, gömbhéj, henger, valamint hengergyűrű geometriákban.

Minden geometriában szisztematikus szimulációsorozatot végeztem, széles dinamikai tartományon: a köpenykonvekció hevességét megszabó Rayleigh-szám (Ra) négy nagyságrendet ölelt át, $Ra=10^4-10^7$.

A kétdimenziós modellezés kimutatta, hogy azonos feltételek mellett a henger geometria a leghatékonyabb a hőenergia szállítását tekintve. Ez azt jelenti, hogy ugyanazon áramlási sebesség mellett a hengeralakú modelltartományban kialakuló áramlás több hőt szállít a felszínre, mint hengergyűrű vagy derékszögű geometriában. Mivel a konvekció felszálló ága (hőoszlop) vertikális tengelyű hengeres szimmetriát mutat, a henger geometria kiválóan alkalmasnak bizonyult az egyedi köpenyhőoszlopok modellezésére. A henger geometria további előnye, hogy jóval kevesebb véges elemből felépíthető, így a számítások jóval hatékonyabban végezhetők el (Herein et al., 2007).

2. Szisztematikus vizsgálatot végezve, 20 különböző köpenymodell vizsgálatával, kimutattam, hogy a termikus határréteg elmélet (Turcotte és Oxburgh, 1967) jó közelítéssel minden geometriában érvényesül. Azaz a földköpeny-konvekció által szállított hő és a jellemző sebességek kizárólag egyetlen dimenziótlan paramétertől, a Rayleigh-számtól függenek. A hőáram a Rayleigh-szám $1/3$ -dik, míg az áramlási sebességek a Rayleigh-szám $2/3$ -dik hatványával arányosak. Természetesen adott Ra mellett a konkrét hőáram, átlagsebesség és átlagos cellahőmérséklet értékek a geometriától függenek: a legmagasabb értékek derékszögű geometria esetén tapasztalhatók. Az átlagos dimenziótlan cellahőmérséklet a szimmetrikus geometriájú derékszögű modelltartomány esetén $0,5$ -nek adódott, míg henger és hengergyűrű modellgeometria esetén ennél alacsonyabb.

A hidegebb cella az áramlások — geometria által meghatározott — aszimmetriájából következik. Henger geometria esetén a központi felszálló meleg áramlás felülete kisebb, mint a palást menti hideg leáramlás felülete, hengergyűrű esetén pedig a külső, hűtött felület nagyobb, a belső, fűtött felületnél. Gömbhéj geometriában meghatározott átlaghőmérséklet a legalacsonyabb ($T=0,25$), itt a földmag, illetve a földfelszín felületének aránya határozza meg a köpeny átlaghőmérsékletét. Kimutattam, hogy a vizsgált geometriák közül egyedül csak a henger geometriában kapott átlaghőmérsékletek függenek a Rayleigh-számtól. Kimutattam, hogy a háromdimenziós geometriák (gömbhéj, derékszögű) nagyságrendileg jól becslik a földi hőáramot ($20-70 \text{ mW/m}^2$) és globális átlagos tektonikára jellemző sebességeket ($1-5 \text{ cm/év}$).

3. A köpenykonvekció elméletéből ismert anelasztikus közelítést (Jarvis és McKenzie, 1980) alkalmaztam egy a 660 km-es mélységben húzódó endoterm fázisátmenetet tartalmazó földköpenymodell megalkotására. Kimutattam, hogy a kialakuló áramlást két dimenziótlan paraméter, a fázisátmenet erősségére jellemző Clapeyron-görbe meredeksége (γ), valamint a Rayleigh-szám határozza meg. Összesen 64 háromdimenziós és 55 kétdimenziós modell vizsgáltam meg. Megmutattam, hogy nagyobb Rayleigh-számok felé haladva, vagyis az áramlás hevedességét fokozva a fázisátmenet köpenyáramlást gátló hatása felerősödik. A legerősebb fázisátmeneteknél a felső és alsó köpeny teljesen elkülönülve konvektál, közöttük anyagcsere nincs. Megalkottam a köpenykonvekció alaptípusainak paraméterterképét. A paraméterterkép segítségével eldönthető, hogy adott Rayleigh-szám és γ mellett milyen típusú konvekció alakul ki. Három alaptípust különítettem el: 1. egyrétegű konvekció, 2. átmeneti konvekció, 3. kétrétegű konvekció. A három régió határvonala egyértelműen leírható elméleti függvények segítségével, melyeket meghatároztam. Ezek igen jó egyezést adtak az irodalomban már közölt hasonló vizsgálatokkal (pl. Wolstencroft és Davies, 2011).
4. Kimutattam, hogy az átmeneti típusú konvekció során egy adott (γ , Ra) tartományon az áramló köpenyben óriási anyagmennyiséget szállító, geológiai értelemben hirtelen kialakuló köpenylavinák fordulnak elő. Elsőként vizsgáltam matematikai eszközökkel a köpenylavinák időbeli viselkedését. Új numerikus módszert dolgoztam ki a köpenylavinák detektálására. Fourier-analízis segítségével kimutattam, hogy a lavinák periodikus természetűek. A rájuk jellemző karakterisztikus időket meghatároztam (Herein et al., 2013).
5. Elsőként mutattam ki, hogy a köpenylavinák karakterisztikus ideje erősen függ a Rayleigh-számtól, és lényegében független γ -tól. Nagyobb Rayleigh-számok felé haladva a lavinák periódusideje (T_p) csökken. A csökkenés mind két-, mind háromdimenziós modelltartományon hatványfüggvény segítségével írható le (Herein et al., 2013). Ezek alakját elsőként írtam fel; kétdimenzióban: $T_p[\text{Mév}]=1,44 \cdot 10^6 \cdot Ra^{-0,57}$, háromdimenzióban: $T_p[\text{Mév}]=1,7 \cdot 10^4 \cdot Ra^{-0,331}$.

6. A trapp bazaltok vizsgálata kimutatta, hogy az elmúlt 3,5 milliárd év alatt keletkezett plató bazaltok keletkezési üteme 20–110 millió éves kváziperiodikus jellegű követ (Ernst és Buchan, 2002; 2003), mely jó egyezést mutat az általam háromdimenziós lavinákra meghatározott 55 millió éves átlagos periodicitással. Feltételezhető, hogy a plató bazaltok keletkezéséhez szükséges hatalmas anyagmennyiséget a köpenylavinák biztosítják.

V. Következtetések

A modellgeometria vizsgálata megmutatta, hogy a köpenykonvekcióra mindig hatással van a modelltartomány alakja. Ilyen egyértelmű hatás a henger geometriában megfigyelt jelenség, mely szerint a köpeny átlaghőmérsékletét döntően a lebukó hideg és felszálló meleg áramlási felületek aránya határozza meg. Mivel a lebukó hideg jóval nagyobb felületű a köpeny lehűl, az átlaghőmérséklet kisebb lesz, mint 0,5. Hasonló folyamat figyelhető meg a hengergyűrű, illetve gömbhéj geometriákban is, ott a földmag, illetve a földfelszín felületének aránya szabja meg az átlagos köpenyhőmérsékletet. Fontos különbség azonban, hogy ezekben a geometriákban az átlaghőmérséklet független a Rayleigh-számtól — hiszen az alsó és felső határfelület aránya állandó —, míg henger geometria esetén a növekvő Rayleigh-számok felé haladva egyre jobban lehűl a földköpeny. Azaz minél hevesebb a köpenykonvekció, annál jobban hűl a földköpeny. Szimmetrikus geometriában (derékszögű 2D, 3D) az átlaghőmérséklet is szimmetrikus 0,5. További fontos eredmény, hogy az összes geometria esetében univerzálisan teljesül a termikus határréteg elmélet (Turcotte és Oxburgh, 1967), azaz a legfontosabb konvekciós mennyiségek meghatározhatók egyetlen paraméter, a Rayleigh-szám ismeretében. A hőáram a Rayleigh-szám $1/3$ -dik, míg az áramlási sebességek a Rayleigh-szám $2/3$ -dik hatványával arányosak. Az endoterm fázisátmenet köpenyáramlásra gyakorolt hatása egyértelműen megfigyelhető. Kimutattam, hogy a kialakuló áramlást alapvetően két dimenziótlan paraméter a fázisátmenet erősségére jellemző Clapeyron-görbe meredekség (γ), valamint a Rayleigh-szám határozza meg. Nagyobb Rayleigh-számok felé haladva a fázisátmenet gátló hatása felerősödik. A fázishatáron átáramló tömegfluxus időbeli viselkedése alapján sikerült háromféle konvekciós alaptípust elkülöníteni. Ezek az egyrétegű, a kétrétegű és az átmeneti típusú konvekciók, melyekből megalkottam a köpenykonvekció alaptípusainak paraméterterképét. Az egyes tartományok határa igen jól leírható hatványfüggvény segítségével, a Rayleigh-szám és a Clapeyron-görbe között kapcsolat teremthető.

Egyértelműen bebizonyosodott, hogy a konvekciós típusok egymástól igen jól elkülöníthetők, az elkülönítés az irodalommal egyező eredményt adott. Az átmeneti konvekciós tartományban kialakuló köpenylavinákat új módszerrel (Fourier-analízis) vizsgálva kiderült, hogy a lavinák periodikus viselkedést mutatnak. Fontos új megközelítés, hogy a lavinák amplitúdó spektrumából kapott karakterisztikus idők alapvetően a Rayleigh-számtól függenek. Ez azt jelenti, hogy a köpenyben, geológiai értelemben hirtelen kialakuló, óriási anyagmennyiséget szállító köpenylavinák dinamikáját leírhatjuk egyetlen paraméterrel. A háromdimenziós köpenylavinákat megvizsgálva látható, hogy a valós földköpenyre jellemző Rayleigh-szám tartományon ($\sim 10^7$) a lavinák meglehetősen gyakran, 55 millió évenként fordulnak elő. Ez az eredmény joggal veti fel annak a lehetőségét, hogy a lavinamechanizmus és a vizsgált plató bazaltok kialakulása között szoros összefüggés van.

A tézisek alapjául szolgáló publikációk

Herein, M., Galsa, A., Lenkey, L., 2013. Impact of the Rayleigh number and endothermic phase transition on the time behaviour of mantle avalanches. *Journal of Geodynamics*. 66, 103–113.

Herein, M., Galsa, A., Lenkey, L., Süle, B., 2008. A termikus földköpeny-konvekció numerikus modellezése különböző geometriák esetén. *Magyar Geofizika*. 49., 3., 111–124.

A doktori dolgozat témakörében megjelent más saját publikációk

Herein, M., Galsa, A., 2011. The effect of different geometries on the thermal mantle convection. *Comsol Conference 2011*. Stuttgart. Germany.
<http://www.comsol.com/papers/10915/>

Galsa, A., Herein, M., 2011. Effect of disintegration of chemical layering on time-dependent behaviour of the mantle. *12th International Workshop on Modeling of Mantle Convection and Lithospheric Dynamics*. Groß Dölln. Germany.

Herein, M., Galsa, A., 2011. Impact of the Rayleigh number and endothermic phase transition on the mantle dynamics. *12th International Workshop on Modeling of Mantle Convection and Lithospheric Dynamics*. Groß Dölln. Germany.

Herein M., 2011. The effect of different geometries on the thermal mantle convection. 6th Congress of Balkan Geophysical Society – BGS2011. Budapest. Hungary.

Herein, M., 2009. The effect of different 2D geometries on the numerical models of thermal convection in the Earth's mantle. 11th International Workshop on Modeling of Mantle Convection and Lithospheric Dynamics. Braunwald. Switzerland.

Hivatkozásjegyzék

Akaogi, M. E., Ito, E., 1993. Refinement of enthalpy measurement of MgSiO_3 perovskite and negative pressure–temperature slopes for perovskite forming reactions. *Geophys. Res. Lett.* 20, 1839–1842.

Akaogi, M. E., Ito, E., Navrotsky, A., 1989. Olivine-modified spinel-spinel transitions in the system $\text{Mg}_2\text{SiO}_4\text{--Fe}_2\text{SiO}_4$: Calorimetric measurements, thermochemical calculations and geophysical application. *J. Geophys. Res.* 94, 10637–10646.

Anderson, D. L., Bass, J. D., 1986. Transition region of the Earth's uppermantle, *Nature*, 320, 321–328.

Batchelor, G. K., 1967. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 615 pp.

Collier, J. D., Helffrich, G. R., Wood, B. J., 2001. Seismic discontinuities and subduction zones. *Phys. Earth Planet Inter.*, 127(1-4), 35–49.

Chandrasekhar S., 1961: *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. Clarendon Press, Oxford.

Christensen, U. R., Yuen, D. A., 1985. Layered convection induced by phase transitions, *J. Geophys. Res.* 90, 10291–10300.

Cserepes L., 1992. A földköpeny termikus konvekciójának háromdimenziós szerkezetéről. Doktori értekezés, ELTE Geofizika Tanszék, Budapest.

Cserepes, L., Rabinowicz, M., Rosemberg-Borot, C., 1988. Three-dimensional infinite Prandtl number convection in one and two layers with implications for the Earth's gravity field. *J. Geophys. Res.* 93, 12009–12025.

Ernst R.E, Buchan K.L., 2002. Maximum size and distribution in time and space of mantle plumes: evidence from large igneous provinces. *J. Geodyn.* 34, 309–342.

Ernst, R.E., Buchan, K.L., 2003. Recognizing mantle plumes in the geological record. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 31, 469–523.

Fei, Y., Orman, J.v., Li, J., Westrenen, W.v., Sanloup, C., Minarik, W., Hirose, K., Komabayashi, T., Walter, M., Funakoshi, K., 2004. Experimentally determined postspinel transformation boundary in Mg_2SiO_4 using MgO as an internal pressure standard and its geophysical implications. *J. Geophys. Res.* 109, doi:10.1029/2003JB002562.

Hernlund, J. W., 2010. On the interaction of the geotherm with a post-perovskite phase transition in the deep mantle. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 180, 222–234.

- Ito, E., Takahashi, E., 1989. Postspinel transformations in the system $\text{Mg}_2\text{SiO}-\text{Fe}_2\text{SiO}$, and some geophysical implications. *J. Geophys. Res.* 94, 10637–10646.
- Jarvis, G. T., McKenzie, D. P., 1980. Convection in a compressible fluid with infinite Prandtl number. *J. Fluid Mech.*, 96, 515–583.
- Kawai, K., Tsuchiya, T., 2009. Temperature profile in the lowermost mantle from seismological and mineral physics joint modeling. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106, 22119–22123.
- Morgan W. J., 1971: Convection plumes in the lower mantle. *Nature* 230, 42–43.
- Murakami, M., Hirose, K., Kawamura, K., Sata, N., Ohishi, Y., 2004. Post-perovskite phase transition in MgSiO_3 . *Science*, 304, 855–858.
- Oganov, A. R., Ono, S., 2004. Theoretical and experimental evidence for a postperovskite phase of MgSiO_3 in Earth's D'' layer. *Nature*, 430, 445–448.
- Schubert G., Turcotte D, Olson P., 2001. *Mantle Convection in the Earth and Planets*. Cambridge University Press.
- Schubert, G., Yuen, D. A., Turcotte, D. L., 1975. Role of phase transitions in a dynamic mantle. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, 42, 705–735.
- Tackley, P. J., 2012. Dynamics and evolution of the deep mantle resulting from thermal, chemical, phase and melting effects. *Earth-Sci. Rev.* 110, 1–25.
- Turcotte D. L., Oxburgh, E. R. 1967. Finite amplitude convective cells and continental drift. *J. Fluid. Mech.*, 28, 29–42
- Wolstencroft, M., Davies, J. H., 2011. Influence of the Ringwoodite-Perovskite transition on mantle convection in spherical geometry as a function of Clapeyron slope and Rayleigh number. *Solid Earth*, 2, 315–326.
- Yuen, D. A., Matyska, C., Cadek, O., Kameyama, M., 2007. The dynamical influences from physical properties in the lower mantle and post-perovskite phase transition. In: Hirose, K., Brodholt, J., Lay, T., Yuen, D. A. (Eds.), *The last mantle phase transition*. AGU Geophysical Monograph Series, pp. 249–270.
- Zimmerman W. B. J. 2006. *Multiphysics modeling with finite element methods*. World Scientific Publishing Company, pp. 432.